ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ 3ΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ

Δημήτρης Μουρούλης
Μεταπτυχιακός Φυσικός
6973205032

1Ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ.

Ηλεκτρικές & μηχανικές ταλαντώσεις

Περιοδικά φαινόμενα.

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{N}{t} \\ T &= \frac{1}{f} \end{aligned}\right\} \qquad T = \frac{t}{N} \qquad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{\mathrm{T}} = \frac{d\phi}{dt}$$

Για κυκλική κίνηση
(ή για να βρω τη μεταβολή φάσης.)

Απλή αρμονική ταλάντωση.

F= -Dx			
Όταν $x_{t=0}=0\text{m}$ και $\upsilon_{t=0}>0$	x= Αημωt	$\upsilon = \upsilon_{max}$ συνωt	$\alpha = -\alpha_{max}$ ημωt
Όταν $x_{t=0} \neq 0\text{m}$	x= Αημ(ωt+φ)	$\upsilon = \upsilon_{max}$ συν(ωt+φ)	$\alpha = -\alpha_{max}$ ημ(ωt+φ)

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{D}}$	$f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{D}{m}}$	$\omega = \sqrt{\dfrac{D}{m}}$

E= K+U	K= ½ mυ^2	U= ½ Dx^2
E= K+U=	K_{max}= ½ mυ_{max}^2	U_{max}= ½ DA^2

	$\cdot\omega$	$\cdot\omega$
x_{max}= A	υ_{max}= ωA	α_{max}= ω^{2}A
	υ=ωΑσυνωt	α=-ω^{2}Αημωt =-ω^{2}x

Χρήσιμες σχέσεις. D (= k)= mω^2 F=mα

$x_{t=0} = A\eta\mu\phi \Rightarrow \eta\mu\phi = \dfrac{x_{t=0}}{A}$

$\omega^2 A^2 = \upsilon^2 + \omega^2 x^2 \Rightarrow \upsilon = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$, $x = \pm\sqrt{A^2 - \upsilon^2/\omega^2}$

(θέλει απόδειξη μέσω της E=K+U)

Δημήτρης Μουρούλης
Μεταπτυχιακός Φυσικός
6973205032

Ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

Όταν $q_{t=0}=Q$	$q= Q\sigma\upsilon\nu\omega t$	$i= -I\eta\mu\omega t$
Όταν $q_{t=0} \neq Q$	$q= Q\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi)$	$i= -I\eta\mu(\omega t+\varphi)$
Όταν $q_{t=0}=0$	$q= Q\eta\mu\omega t$	$i= I\sigma\upsilon\nu\omega t$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$	$f = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$E= U_B+U_E$	$U_B= ½ Li^2$	$U_E= ½ \frac{1}{C}q^2$
$E= U_B+U_E=$	$U_{Bmax}= ½ LI^2$	$U_{Emax}= ½ \frac{1}{C}Q^2$

$\cdot\omega$

$q_{max}= Q$	$i_{max}= I= Q\omega$

Στον πυκνωτή	$Q= CV_{max}$	$V = \frac{q}{C}$	$U_E = ½ CV^2$ $(= ½\frac{1}{C}q^2)$
Στο πηνίο	$(i_{max}= Q\omega)$	$V_{\alpha\upsilon\tau} = -L\frac{di}{dt}$	$(U_B= ½ Li^2)$
Στην αντίσταση		V=RI	Δεν έχει αποθηκευμένη ενέργεια

Φθίνουσες ταλαντώσεις.

Για μερικές ισχύει: $F' = -b\upsilon$

Τότε, ισχύουν και: $A=A_0\, e^{-\Lambda t}$, $\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \ldots = e^{\Lambda T} = \sigma\tau\alpha\theta. \geq 1$

Λ: αυξάνεται με το b
μειώνεται με το m

Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.

Ιδιοσυχνότητα f_0: Για μηχανική (ελατήριο): Για ηλεκτρική:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Χρήσιμες σχέσεις.

$$C = \varepsilon\varepsilon_0\frac{s}{l} \qquad P = V\cdot i \qquad U_E = V\cdot i\cdot t$$

Δημήτρης Μουρούλης
Μεταπτυχιακός Φυσικός
6973205032

Σύνθεση ταλαντώσεων.

Ειδικές περιπτώσεις σύνθεσης:

Α. Ίδια: θέση ισορροπίας, διεύθυνση, ω. Διαφορετικά: A_i και φ.

Από τη σύνθεση των ταλαντώσεων: $x_1 = A_1 \cdot \eta\mu\omega t$

$x_2 = A_2 \cdot \eta\mu(\omega t + \phi)$

προκύπτει η ταλάντωση: $x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \vartheta)$

με πλάτος: $A' = \sqrt{A_1{}^2 + A_2{}^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\phi}$

φάση: $\omega t + \vartheta$

και ϑ που βρίσκω από την: $\varepsilon\phi\vartheta = \dfrac{A_2\eta\mu\phi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\phi}$

Από το Α΄ βλέπω ότι όταν $\varphi=0^o$ $\quad A'=A_1+A_2$

ενώ όταν $\varphi=180^o$ $\quad A'=|A_1-A_2|$ (και φάση αυτή του μεγαλύτερου A_i)

Β. Ίδια: θέση ισορροπίας, διεύθυνση, Α. Διαφορετικά: ω_i.

Από τη σύνθεση των ταλαντώσεων: $x_1 = A \cdot \eta\mu\omega_1 t$ και $x_2 = A \cdot \eta\mu\omega_2 t$

προκύπτει η ταλάντωση: $x = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)\eta\mu\left(\dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$

Όταν $\omega_1 \approx \omega_2$ προκύπτει **διακρότημα**

όποτε έχω $x = A'\eta\mu\bar{\omega}t$

με (μεταβαλλόμενο χρονικά) πλάτος: $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)$

και φάση*: $\bar{\omega}t = \dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2}t$ με $\bar{\omega} = \dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2} \approx \omega_1 \approx \omega_2$

Το διακρότημα έχει ** $\omega_\delta = |\omega_1 - \omega_2|$

και $f_\delta = |f_1 - f_2| = \dfrac{1}{T_\delta} = \dfrac{\omega_\delta}{2\pi}$

Χρήσιμες σχέσεις.

$$E = F \cdot x \qquad P = \frac{dE}{dt} = F \cdot \upsilon \qquad dQ = i^2 R \cdot dt$$

---

* (Προφανώς, το $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)$ παίρνει και αρνητικές τιμές. Όμως επειδή δε νοείται αρνητικό πλάτος, όταν το A'<0, θεωρούμε ότι η φάση αυξάνει κατά π) .

** Από την $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)$ ίσως περίμενα $\omega_\delta = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}$. Όμως επειδή μας ενδιαφέρει η <u>απόλυτη τιμή</u> του πλάτους, η συχνότητα διπλασιάζεται.

Προσοχή: Στο 1ο κεφάλαιο συμβολίζαμε με x την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας. Στο 2ο κεφάλαιο, η απομάκρυνση αυτή συμβολίζεται με **y**, ενώ με x συμβολίζουμε την απόσταση από την πηγή. Οι «κίτρινοι» τύποι (και όσοι προκύπτουν από αυτούς) ισχύουν **μόνον** εφόσον έχουν φτάσει τα κύματα στο σημείο x.

2ο Κεφαλαιο.
Κύματα

Δημήτρης Μουρούλης
Μεταπτυχιακός Φυσικός
6973205032

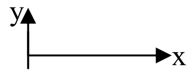
Μηχανικά κύματα.

Ταχύτητα διάδοσης κύματος: $\upsilon = \dfrac{x}{t} = \dfrac{\lambda}{\mathrm{T}} = \lambda \cdot f$

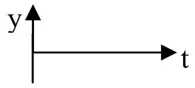
Αρμονικό κύμα: $y = A \cdot \eta\mu 2\pi(\dfrac{t}{T} \mp \dfrac{x}{\lambda})$ όποτε θα έχω:

Φάση: $2\pi(\dfrac{t}{T} \mp \dfrac{x}{\lambda})$

Στιγμιότυπο κύματος: $y = A \cdot \eta\mu 2\pi(\sigma\tau\alpha\theta \mp \dfrac{x}{\lambda})$



Ταλάντωση ενός σημείου του μέσου: $y = A \cdot \eta\mu 2\pi(\dfrac{t}{T} \mp \sigma\tau\alpha\theta)$



Διαφορά φάσης δύο υλικών σημείων (θέλει απόδειξη): $\Delta\phi = 2\pi\dfrac{\Delta x}{\lambda}$

Διαφορά φάσης του ίδιου υλικού σημείου (θέλει απόδειξη): $\Delta\phi = 2\pi\dfrac{\Delta t}{T}$

Συμβολή κυμάτων (δυο διαστάσεις - επιφάνεια).

Από τη συμβολή των δυο κυμάτων: $y_{1,2} = A \cdot \eta\mu 2\pi(\dfrac{t}{T} - \dfrac{r_{1,2}}{\lambda})$

προκύπτει η ταλάντωση: $y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi\dfrac{r_1 - r_2}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi(\dfrac{t}{T} - \dfrac{r_1 + r_2}{2\lambda})$

με (μεταβαλλόμενο χωρικά) πλάτος: $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi\dfrac{r_1 - r_2}{2\lambda}$

και φάση: $2\pi(\dfrac{t}{T} - \dfrac{r_1 + r_2}{2\lambda})$

Από το Α΄ βλέπω ότι όπου $|r_1 - r_2| = N\lambda = 2N\dfrac{\lambda}{2}$, έχω μέγιστη ταλάντωση

ενώ όπου $|r_1 - r_2| = (2N+1)\dfrac{\lambda}{2}$ έχω απόσβεση.

Στάσιμα κύματα (μια διάσταση).

Από τη συμβολή των δυο κυμάτων: $y_{1,2} = A \cdot \eta\mu 2\pi(\dfrac{t}{T} \mp \dfrac{x}{\lambda})$

προκύπτει η ταλάντωση: $y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi\dfrac{x}{\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi\dfrac{t}{T}$

με (μεταβαλλόμενο χωρικά) πλάτος: $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi\dfrac{x}{\lambda}$

και φάση*: $2\pi\dfrac{t}{T}$

Από το Α΄ βλέπω ότι όπου $x = N\dfrac{\lambda}{2} = 2N\dfrac{\lambda}{4}$, έχω μέγιστη ταλάντωση (κοιλία) **

ενώ όπου $x = (2N+1)\dfrac{\lambda}{4}$ έχω απόσβεση (δεσμό) **.

* (Προφανώς, το $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi x/\lambda$ παίρνει και αρνητικές τιμές. Όμως επειδή δε νοείται αρνητικό πλάτος, όταν το A'<0, θεωρούμε ότι η φάση αυξάνει κατά π).

** Το x μετράται ως απόσταση από κοιλία (ή από την «πηγή», εννοείται).

Δημήτρης Μουρούλης
Μεταπτυχιακός Φυσικός
6973205032

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Βασικές σχέσεις:

$E = E_{\max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$
$B = B_{\max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$
$\frac{E}{B} = c$

$\upsilon = \lambda \cdot f$	$n = \frac{c}{\upsilon} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$
Η f είναι ανεξάρτητη του οπτικού μέσου.	λ_0 το μήκος κύματος στο κενό.

Δευτερογενείς σχέσεις:

Αν έχω *ένα* οπτικό μέσο:

(Έχω 2 πηγές και 1 οπτικό μέσο. Ο δείκτης αναφέρεται στις f των πηγών.)

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\upsilon}{f_1} \\ \lambda_2 &= \frac{\upsilon}{f_2} \end{aligned}\right\} \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1}$$

Ανάκλαση και διάθλαση (Έχω *δύο* οπτικά μέσα)**.**

(Έχω 1 πηγή και 2 οπτικά μέσα. Ο δείκτης αναφέρεται στα οπτικά μέσα.)

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\lambda_0}{n_1} \\ \lambda_2 &= \frac{\lambda_0}{n_2} \end{aligned}\right\} \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \Leftrightarrow \lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2$$

$\Pi\rho o\sigma o\chi\acute{\eta}:$
$f_1 = f_2$

$\frac{\eta\mu\theta_\alpha}{\eta\mu\theta_b} = \frac{n_b}{n_a}$ ή $n_a\eta\mu\theta_\alpha = n_b\eta\mu\theta_b$	Νόμος του Snell.
$\eta\mu\theta_{crit} = \frac{n_b}{n_a}$ $(n_a \succ n_b$ όπου α το αρχικό μέσο)	Ολική ανάκλαση (κρίσιμη γωνία)

Διασκεδασμός

Με αύξηση των:	n (δείκτης διάθλασης)	f (συχνότητα)	θ (γωνία εκτροπής)
Μειώνονται τα:	υ (ταχύτητα διάδοσης)	λ (μήκος κύματος)	φ (γωνία διάθλασης)

Δημήτρης Μουρούλης
Μεταπτυχιακός Φυσικός
6973205032

4^{ο} ΚΕΦΑΛΑΙΟ.
Μηχανική στερεού σώματος.

Οι κινήσεις στερεών σωμάτων.

$\vec{a}_{γων} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$	$\upsilon_{cm} = \dfrac{ds}{dt} = \omega R$	$a_{cm} = a_{γων} \cdot R$

Ροπή δύναμης («αντίστοιχο» δύναμης)..

$\tau = Fl$	Ροπή δύναμης ως προς άξονα (*l* η κάθετη απόσταση).
$\tau = Fl$	Ροπή δύναμης ως προς σημείο.
$\tau = Fd$	Ροπή ζεύγους δυνάμεων.

Ισορροπία στερεού σώματος.

$\sum F_x = 0$	$\sum F_y = 0$	$\sum \tau = 0$

Ροπή αδράνειας («αντίστοιχο» μάζας).

$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots$	Ροπή αδράνειας στερεού ως προς άξονα.
$I_p = I_{cm} + Md^2$	Ροπή αδράνειας στερεού ως προς άξονα (d η απόσταση από το κέντρο μάζας).

Θεμελιώδης νόμος στροφικής κίνησης.
(«Αντίστοιχο» θεμελιώδους νόμου της μηχανικής: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$).

$\sum \vec{\tau} = I\vec{a}_{γων}$	Θεμελιώδης νόμος στροφικής κίνησης.
$\sum \vec{\tau} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$	Γενικότερη διατύπωση θεμελιώδους νόμου στροφικής κίνησης.

Στροφορμή («αντίστοιχο» ορμής).

$L = pr = m\upsilon r = m\omega r^2$	Στροφορμή υλικού σημείου.
$L = I\omega$	Στροφορμή στερεού σώματος.
$L = L_1 + L_2 + \ldots$	Στροφορμή συστήματος.

Δημήτρης Μουρούλης
Μεταπτυχιακός Φυσικός
6973205032

Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής.

$K = \frac{1}{2} I\omega^2$	Κινητική ενέργεια στροφικής (μόνο) κίνησης.
$K = \frac{1}{2} M{\upsilon_{cm}}^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$	Κινητική ενέργεια μεταφορικής και στροφικής κίνησης.

Έργο κατά τη στροφική κίνηση.

$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = \tau\theta$	Έργο.
$P = \dfrac{dW}{dt} = \tau\omega$	Ισχύς.
$\sum W = \frac{1}{2} I{\omega_2}^2 - \frac{1}{2} I{\omega_1}^2$	Θεώρημα έργου-ενέργειας για τη στροφική κίνηση.

Αντιστοιχίες μεγεθών και νόμων μεταφορικής και στροφικής κίνησης.

Μεταφορική κίνηση	Στροφική κίνηση
Θέση x	Γωνία θ
Δύναμη **F**	Ροπή (δύναμης) **τ**
Μάζα m	Ροπή αδράνειας I
Ταχύτητα $\vec{\upsilon} = \dfrac{dx}{dt}$	Γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega} = \dfrac{d\theta}{dt}$
Επιτάχυνση $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$	Γωνιακή επιτάχυνση $\vec{a}_{\gamma\omega\nu} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$
Ορμή $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$	Στροφορμή $L = I\omega$
Θεμελιώδης νόμος της μηχανικής $\sum \vec{F} = m\vec{a}$	Θεμελιώδης νόμος στροφικής κίνησης $\sum \vec{\tau} = I\vec{a}_{\gamma\omega\nu}$
1^{ος} νόμος του Νεύτωνα Αν $\sum \vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$, $\vec{p} = \sigma\tau\alpha\theta$	1^{ος} νόμος του Νεύτωνα για τη στροφική κίνηση Αν $\sum \vec{\tau}_{\varepsilon\xi} = 0$, $\vec{L} = \sigma\tau\alpha\theta$
2^{ος} νόμος του Νεύτωνα $\sum \vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$	2^{ος} νόμος του Νεύτωνα για τη στροφική κίνηση $\sum \vec{\tau} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$
Κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς $K = \frac{1}{2} M{\upsilon_{cm}}^2$	Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής $K = \frac{1}{2} I\omega^2$

Χρήσιμες σχέσεις.

$x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} a\, t^2$ $\qquad$ $\upsilon = \upsilon_0 + a\, t$ $\qquad$ $s = \theta \cdot R$ $\qquad$ $F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho o\mu\acute{o}\lambda o\varsigma} = \dfrac{m\upsilon^2}{r}$

$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} a_{\gamma\omega\nu} t^2$ $\qquad$ $\omega = \omega_0 + a_{\gamma\omega\nu} t$ $\qquad$ $\upsilon = \omega \cdot R$ $\qquad$ $P = F \cdot \upsilon = \tau \cdot \omega$

5^{o} ΚΕΦΑΛΑΙΟ.
Κρούσεις και σχετικές κινήσεις.

Κρούσεις.

Διατήρηση	Πότε ισχύει
Ορμής: $\mathbf{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \mathbf{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$	Σε ΟΛΕΣ τις κρούσεις
Κινητικής ενέργειας: $K_{\pi\rho\iota\nu} = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$	Στις ελαστικές κρούσεις

Μετωπική *ελαστική* κρούση

Αν	$m_1=m_2$	$\upsilon_2=0$	
			$m_1<<m_2$
τότε	$\upsilon_1{}' = \upsilon_2$	$\upsilon_1{}' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1$	$\upsilon_1{}' = -\upsilon_1$
	$\upsilon_2{}' = \upsilon_1$	$\upsilon_2{}' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$	$\upsilon_2{}' = 0$

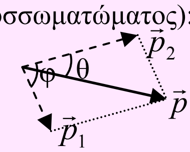
Πλάγια κρούση

Νόμος συνημιτόνων
(για το μέτρο της ορμής συσσωματώματος):

$$p_{\sigma\upsilon\sigma\omega\mu} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\sigma\upsilon\nu\phi}$$

Νόμος ημιτόνων
(για τη διεύθυνση της ορμής συσσωματώματος):

$$\frac{\eta\mu\theta}{\eta\mu\phi} = \frac{p_1}{p}$$



Ανεξάρτητα από το αν έχω συσσωμάτωμα,
για την συνολική ορμή ισχύει:

$$p_x^{\pi\rho\iota\nu} = p_x^{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

$$p_y^{\pi\rho\iota\nu} = p_y^{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Μέτρο και διεύθυνση τελικής ταχύτητας:

$$V = \sqrt{V_x{}^2 + V_y{}^2} \qquad \varepsilon\phi\theta = \frac{V_y}{V_x}$$

(όπου θ η γωνία της V με τη V_x)

Φαινόμενο Doppler.

$f_A = \dfrac{\upsilon \pm \upsilon_A}{\upsilon} f_S$	Κινούμενος παρατηρητής
$f_A = \dfrac{\upsilon}{\upsilon \mp \upsilon_S} f_S$	Κινούμενη πηγή (S=source)
$f_A = \dfrac{\upsilon \pm \upsilon_A}{\upsilon \mp \upsilon_S} f_S$	Κινούμενος παρατηρητής & κινούμενη πηγή

http://dimitris.webgalaxy.gr

Χρήσιμη σχέση:

$$f = \frac{N}{\Delta t}$$